

Morphological evolutions of transpolyhedra. Eloquence of the images to generate tensegrity structures

 Fabio Bianconi, Marco Filippucci, Matteo Margutti, Margherita Stramaccia

The image, as shown by the artistic research of Lucio Saffaro, can be interpreted as visual representation of complex concepts, theme clearly useful in the architectural and engineering field. The construction of innovative structural solutions also arises from the graphic evolutions of simple forms. That's the case of tensegral structures, born from the movement of polyhedral poles. Without the graphic support, it's difficult to understand what a tensegrity is, definable as «a system in a self-balanced, stable state that includes a series of compressed components inside a *continuum* of tensed components». Analyzing this concept, one can identify the “compressed components” as the poles present inside the system, while the “tensed components” are made up of the net of tie-rods that connect each element, creating said *continuum*. The construction of said systems is possible through geometric procedures starting from each type of polyhedron, whether it's regular, semi-regular or Catalan: this geometric procedure is a set of rotations and translations, to which follows the connection between cables and poles in order to provide the correct redistribution of the tensions. The morphological evolution of the polyhedra passes through the intermediate polyhedral configurations, called “transpolyhedra”. The tensegral structure, according to the geometric procedure previously described, is entirely inscribable inside these solids and between them exist various geometric relations: by decomposing the polyhedron into regular figures is therefore possible to know immediately the number of poles of the tensegral structure, the number of cables, the geometries to the knot and to have a map of the connections between the same. The design of the polyhedron isn't restricted to the representation of the occupied volumetry, but constitutes a significant number of information regarding the correspondent tensegral structure.

Keywords: drawing, geometry, tensegrity.

Introduction

The image, as written by Merleau-Ponty, «has a bad reputation because many foolishly believed that a drawing was a retrace, a copy, a second thing»¹.

The image, instead, as shown by the research of Lucio Saffaro, can be interpreted as a visual representation of complex concepts, a path clearly useful in architectural and engineering field because of the necessities of synthesis connected to the creation of a model.

Imagination is a “quality of the possible”² connected to the future, and the affirmation of the graphic gesture occurs through an “apprenticeship”, putting together the various perceived images re-elaborated in a mental scheme, typically geometrical and abstract.

The value of the image is consequential to the definition of a topological invariance in the diversities of the distorting visions, in the communicative efficacy of its language which «is capable of spreading knowledge more efficiently than any other means of communication»³.

The theme of the image, focusing on the complexity of the perceived data that exceeds even the visual sphere, leads to focus the attention on the definition of the model, true object of the science of representation, particularly descriptive geometry, “construction transposable in the representation”, product of what is known and can be examined at this level⁴.

The cultural revolution produced by informatics science has emphasized the two concepts of model and image, determining new connections and subverting fixed representative hierarchies, restoring strength to the operationist logic which Vico reminds: “man knows what he does”⁵.

That's the case of tensegral structures, that originate from the movement of poles on polyhedral geometries. The construction of innovative structural solutions arises also from the graphic evolution of simple forms. Without graphic support, it's hard to understand what a tensegrity is, definable as «a system in a state of stable self-balance including a series of

1. MERLEAU-PONTY, M., 1989. *L'occhio e lo spirito*. Milano: SE, p. 25.
2. DURAND, G., 2009. *Le strutture antropologiche dell'immaginario*. Bari: Dedalo, p. 16.
3. KEPES, G., 1971. *Il linguaggio della visione*. Bari: Dedalo, p. 253.
4. DE RUBERTIS, R., 1994. *Il Disegno dell'Architettura*. Rome: NIS, pp. 17–18.
5. GIOSEFFI, D., 1989. Rappresentazione geometrica dello spazio. In *I fondamenti scientifici della rappresentazione*. Conference proceedings, University of Rome La Sapienza, Department of Representation and Survey, Unione Italiana per il Disegno, Rome, April 17–19, 1986. Rome: Arte della Stampa, p. 16.

Evoluzioni morfologiche di transpoliedri. Eloquenza delle immagini per generare strutture tensegrali

Fabio Bianconi, Marco Filippucci, Matteo Margutti, Margherita Stramaccia

L'immagine, come ben mostra l'attività di ricerca artistica di Lucio Saffaro, può essere intesa come rappresentazione visiva di concetti complessi, tema palesemente utile in ambito architettonico ed ingegneristico. La costruzione di soluzioni strutturali innovative nasce anche dall'evoluzione grafica di forme semplici. È il caso delle strutture tensegrali, che nascono dal movimento di aste poliedrali. Senza il supporto grafico, è difficile anche solo capire cosa sia una *tensegrity*, definibile «come un sistema in uno stato di auto-equilibrio stabile comprendente una serie di componenti compressi all'interno di un *continuum* di componenti tesi». Analizzando tale asserto, si possono identificare i “componenti compressi” come le aste presenti all'interno del sistema, mentre i “componenti tesi” sono costituiti dalla rete di tiranti che collegano ogni elemento creando appunto il *continuum*. La costruzione di tali sistemi è possibile tramite processi geometrici a partire da ogni tipo di poliedro, sia esso regolare, semiregolare o catalano: tale processo geometrico è un insieme di rotazioni e traslazioni, a cui segue il collegamento fra cavi e aste per fornire la corretta redistribuzione delle tensioni. L'evoluzione morfologica dei poliedri passa per le configurazioni poliedriche intermedie, detti *transpolyhedra*. La struttura tensegrale, secondo il processo geometrico sopra descritto, è totalmente inscrivibile all'interno di questi solidi e fra essi sussistono quindi svariate relazioni geometriche: scomponendo il poliedro in figure regolari è possibile riconoscere il numero delle aste della struttura tensegrale, il numero di cavi, le geometrie al nodo e avere una mappatura delle connessioni fra le stesse. Il disegno del poliedro non si limita quindi alla rappresentazione della volumetria occupata, ma costituisce un numero significativo di informazioni riguardanti la struttura tensegrale corrispondente.

Parole chiave: disegno, geometria, *tensegrity*.

Introduzione

L'immagine, come scrive Merleau-Ponty, «ha una cattiva fama perché si è creduto sconsideratamente che un disegno fosse un ricalco, una copia, una seconda cosa»¹.

L'immagine, come ben mostra l'intensa attività di ricerca artistica di Lucio Saffaro, può essere intesa come rappresentazione visiva capace di enucleare concetti anche molto complessi. Un tema particolarmente utile sia nella disciplina architettonica che ingegneristica e, più in generale, nell'azione comune del controllo della spazialità per le sintesi connesse alla costruzione del modello.

L'immaginazione è una “facoltà del possibile”², connessa al futuro, con l'affermazione del gesto grafico che avviene attraverso un “apprendistato”, mettendo a sistema le diverse immagini percepite e rielaborate in uno schema mentale, di carattere prettamente geometrico e astratto.

La valenza dell'immagine è consequenziale alla definizione di un'invarianza topologica nella

diversità delle visioni distorcenti, nell'efficacia comunicativa del suo linguaggio «che è in grado di diffondere il sapere più efficacemente di quasi ogni altro mezzo di comunicazione»³.

Il tema dell'immagine, facendo leva sulla complessità stessa dei dati percepiti che supera in realtà anche la stessa sfera visiva, porta a concentrare l'attenzione sulla definizione del modello, vero oggetto della scienza della rappresentazione, in particolare della geometria descrittiva, “costruzione trasponibile nella rappresentazione”, prodotto di ciò che è conosciuto e che a tale livello può essere interrogato⁴.

La rivoluzione culturale prodotta dall'informatica ha enfatizzato i due concetti di modello e di immagine, determinandone nuove connessioni e sovvertendo gerarchie rappresentative stabilite, ridando poi forza alla logica operazionista del richiamo vichiano “l'uomo conosce ciò che fa”⁵.

È il caso delle strutture tensegrali, che nascono dal movimento di aste che materializzano spigoli di poliedri. La costruzione di soluzioni

compressed components inside a *continuum* of tensed components»⁶.

Analyzing this statement, one can identify the “compressed components” as the poles present inside the system, while the “tensed components” are made up of a net of tie-rods that connect each element creating said *continuum*⁷ (fig. 1). The construction of said systems is possible through geometric processes starting from every type of polyhedron, whether it’s regular, semi-regular or Catalan: this geometric process is a set of rotations and translations, to which follows the connection between cables and poles to provide the proper redistribution of the tensions.

The morphological evolution of the polyhedra passes through the intermediate polyhedral configurations, called “transpolyhedra”.

The tensegral structure, according to the geometric process previously described, is totally inscribable inside these solids and therefore, between them exist various geometric relations: decomposing the polyhedron in regular figures is therefore possible to recognize the number of poles of the tensegral structure, the number of cables, the geometries to the knot and have a map of the connections between the same.

The design of the polyhedron is not restricted only to the representation of the occupied volumetry, but constitutes a significant number of information regarding the corresponding tensegral structure.

Although discreet, although simply composed by poles and knots, the reticular complexity of tensegrity transfers these shapes in the range of complex surfaces, in that morphological rationality that, for Argan, cannot be contained «by the boundaries of the old formal logic, because Euclidean prepositions can no longer define space. Geometry tends to blend with physics, the typology fixes the phenomenal nature of those forms in which the eternal shapes of the rational mind can be recognized, the phenomenology demolishes the barrier between noumenon and phenomenon, between being and existing»⁸, according to the lesson typical of Saffaro’s poetics.

The “perceptual principle of intelligibility” is centered in geometry and it revokes the con-

cept of “topology”, because in polyhedra images the sense of position is “purely functional and not substantial”⁹, it is accordant to mutual relations between elements, so then from the structure and the determination of the type that, even if it maintains purely logic, it disregards the dimension¹⁰, even if “those non-metrical spaces show important characteristics, fundamental for metrical spaces”¹¹.

The polyhedra and the tensegrity are therefore timeless forms and they are detached from locations and their images are the starting point and the main instrument to insert the process of knowledge through the “constructive” capacity of the design, which in a graphic act it finds the concretization and the demonstration of this analysis.

It is always connected to Saffaro, the emphasis on the connection between the “representation of the form” and the “form of the representation”¹²: the design describes the reasons of the image so that it is possible to foresee its history in the implicit morphogenesis, in a narrative style strictly associated with the abstract nature of the represented object, making its foundational connotations emerge.

Greek language has a word, *eidōs*, «to name all four form and idea, quality and beauty»¹³, which is originated from the verb *orao* (to see), in order to prove the centrality of the image. The concern is not to stop at the image simplified, but to explore the complexity of the true meaning¹⁴ hidden in the image itself.

Features of tensegrity

The tensegrity structures present interesting peculiarities, for example the extreme lightness accompanied by a surprising structural rigidity, condition that makes them ideal for the challenge of the research of the minimum mass design (maximum resistance with minimum mass), therefore ideal for the achievement of a more aware eco-friendliness, that is not just focused on mere energetic saving.

Other peculiarities that characterize these structures are the capacity of redistribution of the loads on almost the totality of the structure, or once again, the recovery of its own balance independently from the direction of the disturbances that solicit it, all properties that we can’t

6. MOTRO, R., 2003. *Tensegrity: Structural Systems for the Future*. London: Kogan Page Science, p. 19.

7. LONARDO, E., 2011. *Le strutture tensegrali*. P. 5. ISSUU. [visited May 29, 2017]. Available by: https://issuu.com/emiliolonardo/docs/strutture_tensegrali_pubb.

8. ARGAN, G.C., 1979. *Progetto e destino*. Milan: Il Saggiatore, p. 135.

9. CASSIRER, E., 1994. *Psicologia delle forme simboliche*. Venice: La Nuova Italia, vol. 2, p. 105.

10. MANETTI, M., 2008. *Topologia*. Milan: Springer, pp. 1–2.

11. LEWIN, K., 1970. *Principi di psicologia topologica*. Florence: O.S., p. 58.

12. FILIPPUCCI, M., 2012. *Dalla forma urbana all’immagine della città. Percezione e figurazione all’origine dello spazio costruito*. PhD thesis, Sapienza University of Rome, PhD in Representation and Survey Sciences, XXIV cycle (2012). In hdl.handle.net/10805/1506 [2017].

13. UGO, V., 1973. *Contributi alla problematica del disegno urbano*. Palermo: Eliotecnica, p. 128.

14. PANOFSKY, E., 2010. *Il significato delle arti visive*. Turin: Einaudi, pp. 32–44.

Figure 1
R. Buckminster Fuller holds up a tensegrity sphere, 18th April 1979. *American Master*. 2016. [visited July 10, 2017]. Available by: <https://tinyurl.com/ya7ycoav>.

6. MOTRO, R., 2003. *Tensegrity: Structural Systems for the Future*. London: Kogan Page Science, p. 19.

7. LONARDO, E., 2011. *Le strutture tensegrali*. P. 5. ISSUU. [visitato 29 maggio 2017]. Disponibile da: https://issuu.com/emiliolonardo/docs/strutture_tensegrali_pubb.

8. ARGAN, G.C., 1979. *Progetto e destino*. Milano: Il Saggiatore, p. 135.

9. CASSIRER, E., 1994. *Psicologia delle Forme Simboliche*. Venezia: La Nuova Italia, vol. 2, p. 105.

10. MANETTI, M., 2008. *Topologia*. Milano: Springer, pp. 1–2.

11. LEWIN, K., 1970. *Principi di psicologia topologica*. Firenze: O.S., p. 58.

12. FILIPPUCCI, M., 2012. *Dalla forma urbana all’immagine della città. Percezione e figurazione all’origine dello spazio costruito*. Tesi di dottorato, Sapienza Università di Roma, Dottorato in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo, XXIV ciclo (2012). In hdl.handle.net/10805/1506 [2017].

13. UGO, V., 1973. *Contributi alla problematica del disegno urbano*. Palermo: Eliotecnica, p. 128.

14. PANOFSKY, E., 2010. *Il significato delle arti visive*. Torino: Einaudi, pp.32–44.

Figura 1
R. Buckminster Fuller regge una sfera tensegrale, 18 Aprile 1979. *American Master*. 2016. [visitato 10 luglio 2017]. Disponibile da: <https://tinyurl.com/ya7ycoav>.

strutturali innovative nasce anche dall’evoluzione grafica di forme semplici. Senza il supporto grafico, è difficile anche solo capire cosa sia una *tensegrity*, definibile «come un sistema in uno stato di auto-equilibrio stabile comprendente una serie di componenti compressi all’interno di un *continuum* di componenti tesi»⁶.

Analizzando tale asserto, si possono identificare i “componenti compressi” come le aste presenti all’interno del sistema, mentre i “componenti tesi” sono costituiti dalla rete di tiranti che collegano ogni elemento creando appunto il *continuum*⁷ (fig. 1).

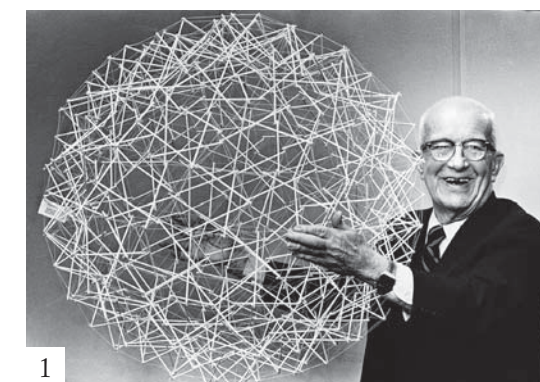
La costruzione di tali sistemi è possibile tramite processi geometrici a partire da ogni tipo di poliedro, sia esso regolare, semiregolare o catalano: tale processo geometrico è un insieme di rotazioni e traslazioni, a cui segue il collegamento fra cavi e aste per fornire la corretta redistribuzione delle tensioni.

L’evoluzione morfologica dei poliedri passa per le configurazioni poliedriche intermedie, detti *transpolyhedra*.

La struttura tensegrale, secondo il processo geometrico sopra descritto, è totalmente inscrivibile all’interno di questi solidi e fra essi sussistono quindi svariate relazioni geometriche: scomponendo il poliedro in figure regolari è possibile riconoscere il numero delle aste della struttura tensegrale, il numero di cavi, le geometrie al nodo e avere una mappatura delle connessioni fra le stesse.

Il disegno del poliedro non si limita quindi alla rappresentazione della volumetria occupata, ma costituisce un numero significativo di informazioni riguardanti la struttura tensegrale corrispondente.

Seppur discrete, seppur semplicemente com-



1

poste da aste e nodi, la complessità reticolare delle *tensegrity* trasla tali forme nell’ambito delle superfici complesse, in quella razionalità morfologica che per Argan non può essere racchiusa «entro i confini della vecchia logica formale, perché le preposizioni euclidee non servono più a definire lo spazio. La geometria tende a sconfinare nella fisica, la tipologia fissa il carattere fenomenico di quelle forme nelle quali si riconoscono le eterne forme della mente pensante, la fenomenologia abbatte la frontiera fra noumeno e fenomeno, tra ente ed esistente»⁸, secondo la lezione propria della poetica di Saffaro.

Il “principio percettivo di intelligibilità” si incentra sulla geometria e richiama così il concetto di “topologia”, perché nelle immagini poliedrali il senso della posizione è “puramente funzionale e non sostanziale”⁹, conformato dai mutui rapporti fra gli elementi, quindi dalla struttura e dalla determinazione del tipo, che pur mantenendosi prettamente logico, prescinde la dimensione¹⁰, anche se “questi spazi non metrici mostrano importanti caratteristiche che sono fondamentali per gli spazi metrici”¹¹.

I poliedri e le *tensegrity* sono allora forme senza tempo e astratte dai luoghi e le loro immagini il punto di partenza e lo strumento principe che innesta il processo di conoscenza attraverso la capacità “costruttiva” del disegno, che nell’atto grafico trova la concretizzazione e la verifica di quanto analizzato.

In questo sempre a Saffaro si può connettere l’accentuazione del legame fra la “rappresentazione della forma” e la “forma della rappresentazione”¹²: il disegno racconta le ragioni stesse dell’immagine lasciando intuire la sua storia nella morfogenesi sottesa, in uno stile narrativo che strettamente si associa al carattere astratto dell’oggetto rappresentato, facendone emergere le connotazioni fondative.

In greco esiste un’unica parola, *eidōs*, «per designare sia la forma, che l’idea, che la qualità, che la bellezza»¹³, la cui radice è nel verbo *orao* (vedere), a dimostrazione della centralità dell’immagine. Si tratta allora di non fermarsi alla semplificazione dell’immagine, ma di entrare nella complessità del significato¹⁴ stesso ivi sotteso.

find in the actual structural configuration characterized by a superimposition of compression. The term “tensegrity” was created in the early Fifties by Richard Buckminster Fuller, contraction of the two words “tensional” and “integrity”. It is not possible to list the characteristics of a tensegral structure without making a brief description of the figures that used, studied and applied this structure during their lives.

On one side, there’s a young student from Black Mountain College in Asheville, North Carolina, named Kenneth Snelson that, fascinated and inspired by a lesson of Prof. R. Buckminster Fuller realized a first structure which configuration is attributable to the concept “floating compression” (definition created by the very same Snelson years later). Buckminster Fuller noticed the works of the young student and saw immediately in those models the practical representation of the theories he was working on for years, he focused on the development of these structures and created the term “tensegrity”.

On the other side of the world, David Georges Emmerich, Hungarian engineer and architect, but French of adoption, begin to study the tensed structures that he called “tense structures and self-pulled”, inspired by the work of Karl Ioganson in the first mid-Twenties¹⁵.

Basing on these studies it was possible to understand some basic notions on tensegral structures. The base structure in any tensegrity structure is the one built by a single plank and two cables that connect the two extremities of the plank in both sides.

To proceed along the scale of complexity one can increase the number of the components that interest the structure, to have then a tensegrity composed by two planks and four tie-rods placed. Increasing again the number of the components belongs in the so called “tensegrity prism”. Every stable tridimensional structure composed by p planks, with a polygon of p sides connected by cables on the top and a polygon of p sides, always connected by elements solicited by traction as a base fits the definition of tensegrity prism¹⁶.

The vertex of the higher and the lower polygons are also connected by cables, completing the distribution of the solicitations.

One can introduce then the existence of the law of the “regular minimum tensegrity prism”: “minimum” because it has the minimum number of poles that can guarantee the tridimensional equilibrium ($p=3$), “regular” because the two polygons of cables are parallel and equilateral (the two polygons don’t need to have necessarily the same side). It is appropriate to linger on the concepts of primary configuration and dual configuration, concepts that can be applied to any system of poles and planks.

Considering as “primary” the first configuration, one can consider as “dual” the configuration that has the same geometry of the primary, with the tie-rods replaced by the rafters and the rafters replaced by the tie-rods.

One can imagine three planks connected to the extremities and reclined on the same floor and considering this as primary system, the correspondent dual system is composed by three cables and no plank. Obviously none of the two configurations can be considered a tensegrity: the primary configuration, although stable, does not present tie-rods, while his dual presents cables but cannot be defined as stable at no spatial level due to the lack of planks.

The tensegrity can now be considered primary and dual: the configuration composed by two planks is in stable balance if and only if the planks cross each other. The dual equivalent is a system of four planks that cannot be considered stable in tridimensional space but is stable in a two-dimensional level¹⁷.

From these examples one can notice that the dual of a tensegrity system can be or cannot be a tensegrity system. Consequently there’s the introduction of the concept of “class” in a tensegrity system: a tensegrity system is defined of class n , when in a single knot merge n compressed elements.

Based on this definition, a regular minimum tensegrity prism ($p=3$) is a tensegrity system of “class 1” while his dual configuration is a “class 3” tensegrity.

Consequently one can isolate some of the fundamental characteristics of the tensegrity structures, listing them as follows:

- they are reticulated spatial structures composed by compressed elements and by tensed elements;

15. LONARDO, E., *op. cit.*, p. 8.

16. SKELTON, R.E., DE OLIVEIRA, M.C., 2009. *Tensegrity Systems*. London: Springer Dordrecht Heidelberg, p. 19.

17. SKELTON, R.E., DE OLIVEIRA, M.C., *ivi*, p. 22.

Caratteristiche delle tensegrity

Le strutture *tensegrity* presentano interessanti particolarità, quali ad esempio l’estrema leggerezza accompagnata da una sorprendente rigidità strutturale, condizione che le rende ideali per la sfida alla ricerca del design di minima massa (massima resistenza con minima massa), quindi ideali per il raggiungimento di un’eco-sostenibilità più consapevole, che non sia solamente incentrata sul mero risparmio energetico.

Altre peculiarità che caratterizzano queste strutture sono la capacità di ridistribuzione dei carichi sulla quasi totalità della struttura, o ancora, il ritrovamento del proprio equilibrio indipendentemente dalla direzione delle perturbazioni che la sollecitano, tutte proprietà che non si trovano nelle attuali configurazioni strutturali caratterizzate da una sovrapposizione di compressione.

Il termine *tensegrity* è stato coniato nei primi anni Cinquanta da Richard Buckminster Fuller, contrazione dei due vocaboli *tensional* e *integrity*. Non è possibile elencare le caratteristiche di una struttura tensegrale senza intraprendere una breve descrizione dei personaggi che hanno utilizzato, studiato e applicato la struttura durante la loro vita.

Da una parte si ha un giovane studente del Black Mountain College di Asheville nella Carolina del Nord, di nome Kenneth Snelson che, affascinato e ispirato da una lezione del prof. R. Buckminster Fuller, realizzò una prima struttura la cui configurazione è riconducibile al concetto *floating compression* (definizione conosciuta dallo stesso Snelson anni dopo). Buckminster Fuller notò i lavori del giovane studente e vide subito in quei modelli la rappresentazione pratica delle teorie a cui stava lavorando ormai da anni, si concentrò sullo sviluppo di queste strutture e conio il termine *tensegrity*.

Dall’altra parte del mondo, David Georges Emmerich, ingegnere e architetto ungherese, ma francese di adozione, cominciò a studiare delle strutture tensionali che chiamò “strutture tese ed auto-tendenti”, ispirato dal lavoro di Karl Ioganson dei primi anni Venti¹⁵.

Sulla base degli studi di questi personaggi è stato possibile apprendere alcune nozioni basilari sulle strutture tensegrali. La struttura

di base di una qualsiasi struttura *tensegrity* è quella costituita da una singola barra e due cavi che collegano le due estremità della barra da ambo le parti.

Per proseguire lungo la scala della complessità si possono aumentare il numero delle componenti che interessano la struttura, quindi si ha una *tensegrity* costituita da due barre e quattro tiranti. Aumentando ancora il numero delle componenti si rientra nel cosiddetto *tensegrity prism*. Rientra nella definizione di “prisma tensegrale” ogni struttura tridimensionale stabile costituita da p barre, con un poligono di p lati collegato da cavi in sommità e un poligono di p lati, sempre connesso da elementi sollecitati a trazione, come base¹⁶.

I vertici del poligono superiore e dell’inferiore sono anch’essi collegati da cavi, completando la distribuzione delle sollecitazioni.

Si può introdurre a seguito l’esistenza della legge del “prisma tensegrale regolare minimo”: “minimo” perché ha il numero minore di aste che possono garantire l’equilibrio tridimensionale ($p=3$), “regolare” perché i due poligoni di cavi sono paralleli e equilateri (i due poligoni non devono avere necessariamente lo stesso lato). È opportuno soffermarsi anche sui concetti di configurazione primaria e configurazione duale, concetti che possono essere applicati a qualsiasi sistema di aste e barre.

Considerando come “primaria” la configurazione di partenza, si può considerare come “duale” quella configurazione avente la stessa geometria della primaria, con i tiranti sostituiti dai puntoni e i puntoni sostituiti dai tiranti.

Si possono immaginare tre barre connesse alle estremità e giacenti sullo stesso piano e considerando questo come sistema primario, il sistema duale corrispondente è costituito da tre cavi senza nessuna barra. Ovviamente nessuna delle due configurazioni può essere considerata una *tensegrity*: la configurazione primaria, benché stabile, non presenta tiranti, mentre la sua duale presenta cavi ma non può definirsi stabile a nessun livello spaziale a causa della mancanza delle barre.

Si può considerare ora la *tensegrity* primaria e duale: la configurazione costituita da due barre è in equilibrio stabile se e solo se le barre si attraversano tra loro. Il corrispettivo duale è

- they don't present cutting forces, bending moment and twisting moment;
- for their nature, they are light structures;
- they optimize the use of the materials;
- they can become deployable;
- it's possible to unite the elementary cells to obtain composed and more complex structures;
- the internal state of pre-stress is fundamental to maintain the stability of the system;
- the class 2 structures have better stability than the class 1 structures;
- the research of the form is of great importance both for the geometric analysis and for the static one¹⁸.

The algorithm

The creation of the algorithm for the tensegrity structures can become both from the polyhedra and from the plane tessellations. In this case we will linger on and describe only the polyhedra cases, because they collaborate better with the studies made by Lucio Saffaro during his career.

Each tessellations or polyhedral form has its specific algorithm being very complex to work with a high number of variables applied to a high number of different elements.

In particular, the algorithm for the polyhedra realizes translations and rotations of the corners of the examined polyhedron; it's easy to grasp that the number of corners and faces modifies the dimension of said algorithm.

The algorithm, precisely because of how it was developed, allows us to vary in most cases the tensegrity structure both from the dimensional point of view and from the configuration one, by doing so it will be possible to adapt the polyhedron with the respective tensegral transpolyhedra to every planning necessity, whether it's about a small object or about architecture. Similarly in the other case the algorithm can be repeated for any plain tessellation applying some modifications, according to the specific case examined. The use of an algorithm for the spatial control of such a complex structure is very helpful during the planning phase and allows us to adapt the tensegral system to planning needs and not the opposite (fig. 2).

Each solid taken in consideration owns as common characteristic, each in his single case, the

same length of the corners. This limitation is due to the method with which it was decided to develop the algorithm, in fact it allows to modify all the poles contemporarily and not singularly. Once the rotation of the corners is realized, according to a different axis of rotation for each corner of every single solid considered, one can proceed with the connection of the cables, which refers to the base element of every tensegrity structure, recognizable in a pole with two cables connected to the extremities.

It is important to notice that the so realized connections, through base module, recreate the geometries in correspondence of the vertex of the polyhedron and that the number of the sides of the geometries is in direct correlation with the number of poles converging in the same vertex.

According to the degree of rotation, which doesn't go beyond 70 degrees, numerous polyhedra generate, formed as well by regular and semi-regular figures. We owe this geometric process to Kenneth Snelson's work on polyhedra¹⁹.

Transpolyhedra, tensegrity

Each initial solid through the single algorithm, generates through a rotation of the corners, as explained previously, a tensegrity structure. Said structure is composed by poles and cables and the cables compose the corners of another polyhedron; it is easy to understand that depending on the degree of rotation one can generate infinite polyhedra.

In particular the new solid described earlier, perfectly reflect the description of the transpolyhedra, that is a solid of transition between the initial solid and its dual, term created by Haresh Lalvani, which defines them as follows: «The transpolyhedra are convex polyhedra, composed by the totality of the faces of the initial polyhedron, plus all the faces of its dual polyhedron and plus a series of connecting quadrilaterals. The dimensions relative to the figures corresponding to the faces of the original polyhedron and the dual, change with the ones relative to the quadrilaterals chosen to fill the resulting spaces»²⁰.

It must be specified that structures, as generated from the algorithm, don't correspond perfectly to the definition of polyhedron, being

18. LONARDO, E., *op. cit.*, p. 78.

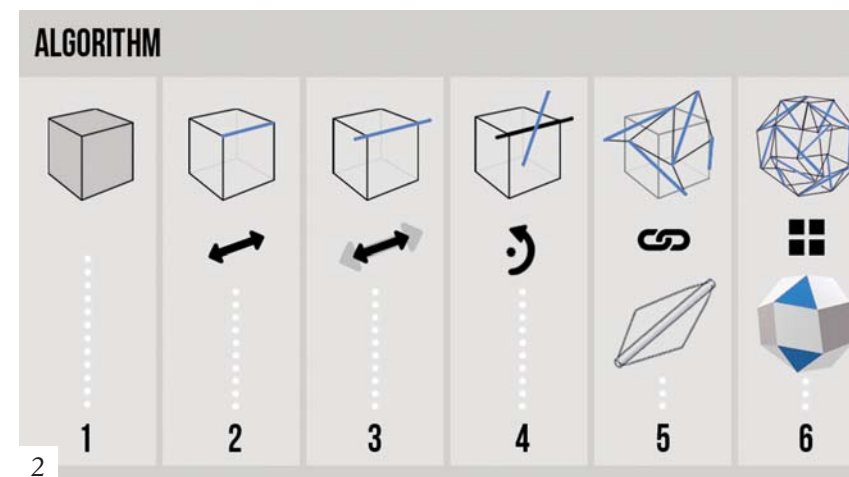
19. Kenneth Snelson. [visited March 12, 2017]. Available by: <http://kennethsnelson.net/>.

20. George W. Hart. 1998–2004. [visited July 10, 2017]. Available by: <http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/transpolyhedra.html>.

17. SKELTON, R.E., DE OLIVEIRA, M.C., *ivi*, p. 22.

18. LONARDO, E., *op. cit.*, p. 78.

Figura 2
Spiegazione dell'algoritmo per il caso dei poliedri. 1) Solido di partenza. 2) Posizionamento dell'asta su ogni singolo spigolo. 3) Allungamento dell'asta a partire dal centro dello spigolo, necessario per l'auto-equilibrio della struttura. 4) Rotazione dell'asta intorno all'asse "centro del poliedro punto medio dello spigolo". 5) Collegamento tramite cavi (elemento base, asta con due cavi collegati all'estremità). 6) Struttura tensegrale e transpolyhedra correlato.



un sistema di quattro barre che non può essere considerato stabile nello spazio tridimensionale ma lo è nel piano bidimensionale¹⁷.

Da questi esempi si può notare che il duale di un sistema tensegrity può essere o non essere un sistema tensegrity. Ne consegue l'introduzione del concetto di "classe" di un sistema tensegrity: un sistema tensegrale si definisce di classe n quando in un singolo nodo confluiscono n elementi compressi.

In base a tale definizione, un prisma tensegrity regolare minimo (p=3) è un sistema tensegrity di "classe 1" mentre la sua configurazione duale è una tensegrity di "classe 3".

Riassumendo, si possono isolare alcune delle caratteristiche fondamentali delle strutture tensegrali che le rendono particolarmente adatte a resistere a terremoti ed a forti venti:

- sono strutture reticolari spaziali formate da elementi compressi e da elementi tesi;
- non presentano forze di taglio, momento flettente e momento torcente;
- per loro natura sono strutture leggere;
- ottimizzano l'uso dei materiali;
- possono diventare dispiegabili;
- è possibile unire cellule elementari per ottenere strutture composte più complesse;
- lo stato interno di pre-stress è fondamentale per mantenere la stabilità del sistema;
- le strutture di classe 2 possiedono una migliore stabilità rispetto alle strutture di classe 1;
- la ricerca della forma è di grande importanza sia per l'analisi geometrica che per quella statica¹⁸.

L'algoritmo

La creazione dell'algoritmo per le strutture tensegrity può partire sia dai poliedri che dalle tassellazioni del piano. In questo caso ci soffermeremo ad osservare e descrivere solo il caso dei poliedri, perché meglio si affiancano agli studi svolti da Lucio Saffaro nel corso della sua carriera.

Ogni forma poliedrica ha il suo specifico algoritmo, essendo molto complesso lavorare con un alto numero di variabili applicate ad un alto numero di elementi diversi.

In particolare, come si accennava precedentemente, l'algoritmo per i poliedri effettua traslazioni e rotazioni degli spigoli del poliedro preso in esame; è facile intuire che il numero di spigoli e di facce modifica la dimensione dell'algoritmo stesso.

L'algoritmo, proprio per come è stato sviluppato, ci permette di variare nella maggior parte dei casi la struttura tensegrale sia dal punto di vista delle dimensioni e sia da quello della configurazione; così facendo sarà possibile adattare il poliedro ad ogni esigenza progettuale, sia che si tratti di un oggetto di piccole dimensioni, sia che si parli di architettura.

Analogamente l'algoritmo può essere ripetuto per qualsiasi tassellazione piana applicando alcune modifiche, a seconda dello specifico caso preso in esame. L'utilizzo di un algoritmo per il controllo spaziale di una struttura così complessa è di notevole aiuto in fase di progettazione e ci permette di adattare il sistema tensegrale alle esigenze progettuali e non viceversa (fig. 2). Ogni solido preso in considerazione possiede come caratteristica comune, ciascuno nel proprio singolo caso, la lunghezza degli spigoli tutta uguale. Limitazione dovuta al metodo con il quale si è deciso di sviluppare l'algoritmo, infatti esso permette di modificare tutte le aste contemporaneamente e non singolarmente.

Una volta effettuata la rotazione degli spigoli, secondo un asse di rotazione diverso per ogni singolo spigolo di ogni singolo solido considerato, si procede con il collegamento dei cavi, il quale fa riferimento all'elemento base di ogni struttura tensegrale, identificabile in un'asta con due cavi collegati all'estremità.

È importante notare che i collegamenti così effettuati, tramite modulo base, ricreano delle



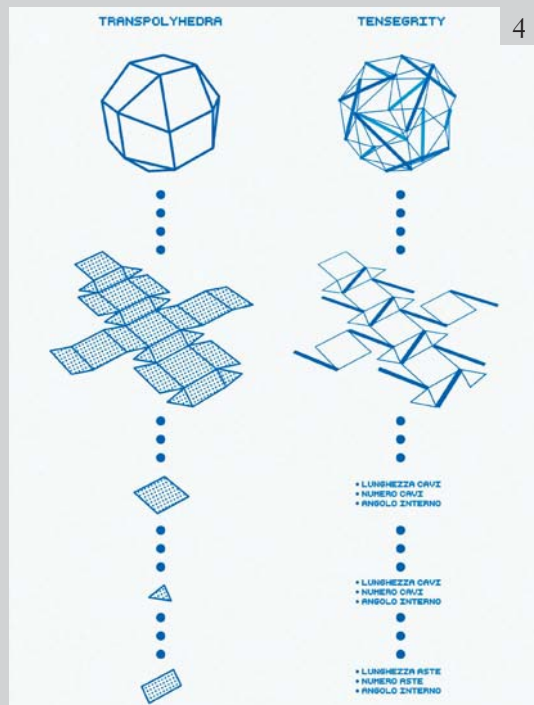
3

the quadrilaterals of connection non plane and therefore connected to a non planar surface, nevertheless this approximation can be bypassed discretizing said surface or simply considering this analogy as a simple geometric similarity (fig. 3).

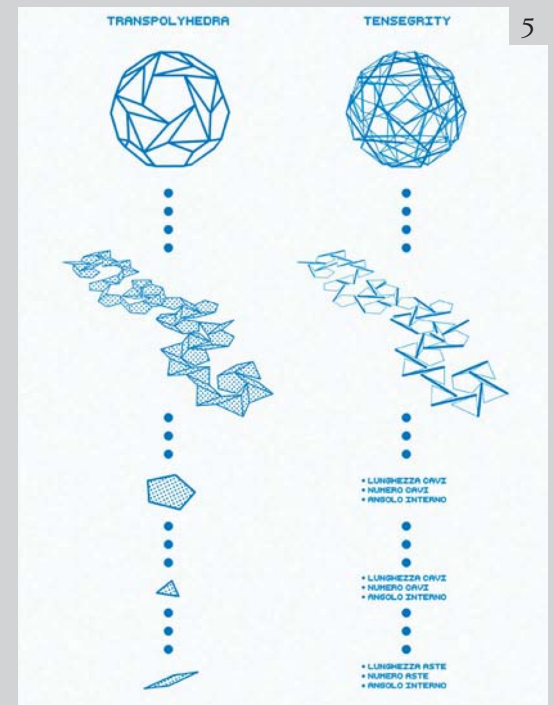
Model, process and image

According to the geometrical correlation between tensegral structures and transpolyhedra it is possible to consider the generative design of the polyhedron as a vehicle of representation of the spatial definition that can emerge from the synthesis of the image. The correlation between these two classes of fi-

gures, unprecedented in literature, shows the heuristic value in the parameterization and in its capacity of presenting the morphogenesis by visualizing its cinematic logics. The obvious spatial complexity of the structure, with a resulting difficulty in its technical representation, is therefore partially erased by the synthesis of the original polyhedron's design. The same representation, in addition to supporting the idealization process, becomes substantial for the analysis of the form. First of all because through generative modeling it's possible to know the number of poles, the number of cables, the dimensions of the same and their spatial disposition, identifiable (though only partially), through the inner corner in the plane figures of the relative transpolyhedra (figs. 4, 5). The procedural approach is usable starting from any polyhedron and, through some variations in the geometrical process, it is possible to generate tensegral systems of different classes, with substantial differences in terms of quality and typology of distribution of the tensions. The geometrical process, in our study result of parametric algorithms, is relatable, at least in its intentions, to the one created by Lucio Saffaro for the creation of platonic solids com-



4



5

Figure 3
Relation tensegrity and transpolyhedra. Geometrical relation between a tensegral structure and the equivalent transpolyhedra, beginning from a rhombicuboctahedron.

Figure 4
Infographic *TransCubo*. Geometrical analogies between a tensegral structure and the equivalent transpolyhedra, beginning with a cube.

Figure 5
Infographic *TransIcosaedron*. Geometrical analogies between a tensegral structure and the equivalent transpolyhedra, beginning with an icosahedron.

Figure 6
Generation of the tensegrity structure and the transpolyhedra of the work *CuboR*.

19. Kenneth Snelson. [visitato 12 marzo 2017]. Disponibile da: <http://kennethnelson.net/animations/>.

20. George W. Hart. 1998–2004. [visitato 10 luglio 2017]. Disponibile da: <http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/transpolyhedra.html>.

Figura 3
Relazione *tensegrity* e *transpolyhedra*. Rapporto geometrico tra struttura tensegrale e corrispettivo *transpolyhedra*, partendo da un rombicubottaedro.

Figura 4
Infografica *TransCubo*. Analogie geometriche tra la struttura tensegrale e il corrispettivo *transpolyhedra*, partendo da un cubo.

Figura 5
Infografica *TransIcosaedro*. Analogie geometriche tra la struttura tensegrale e il corrispettivo *transpolyhedra*, partendo da un icosaedro.

Figura 6
Generazione della struttura tensegrale e del *transpolyhedra* dell'opera *CuboR*.

geometrie in corrispondenza dei vertici del poliedro e che il numero dei lati delle geometrie è in diretta correlazione con il numero di aste convergenti nello stesso vertice.

A seconda del grado di rotazione, il quale si è notato non superare i 70 gradi, si generano numerosi poliedri, formati a loro volta da figure regolari e semi-regolari. Questo processo geometrico si deve al lavoro di Kenneth Snelson sui poliedri¹⁹.

Transpolyhedra e tensegrity

Ogni solido di partenza, attraverso il singolo algoritmo, genera, mediante una rotazione degli spigoli, come spiegato precedentemente, una struttura *tensegrity*. Essa è costruita da aste e cavi e proprio quest'ultimi costituiscono gli spigoli di un ulteriore poliedro; è facile intuire che a seconda del grado di rotazione si generano infiniti poliedri.

In particolare i nuovi solidi sopra descritti rispettano la definizione dei *transpolyhedra*, cioè un solido di transizione tra il solido di partenza e il suo duale, termine coniato da Haresh Lalvani il quale li definisce come segue: «I *transpolyhedra* sono poliedri convessi, costituiti dalla totalità delle facce del poliedro di partenza, più tutte le facce del suo

poliedro duale e più una serie di quadrilateri di collegamento. Le dimensioni relative alle figure corrispondenti le facce del poliedro originale e del duale, variano con quelle relative ai quadrilateri scelti per riempire gli spazi di risulta»²⁰.

È importante specificare che i solidi generati non rispondono prettamente alla definizione di poliedro, essendo i quadrilateri di collegamento non planari, tuttavia questa approssimazione può essere aggirata discretizzando la figura e trasformandola in due triangoli piani; in definitiva è giusto considerare questa analogia come una semplice similitudine geometrica (fig. 3).

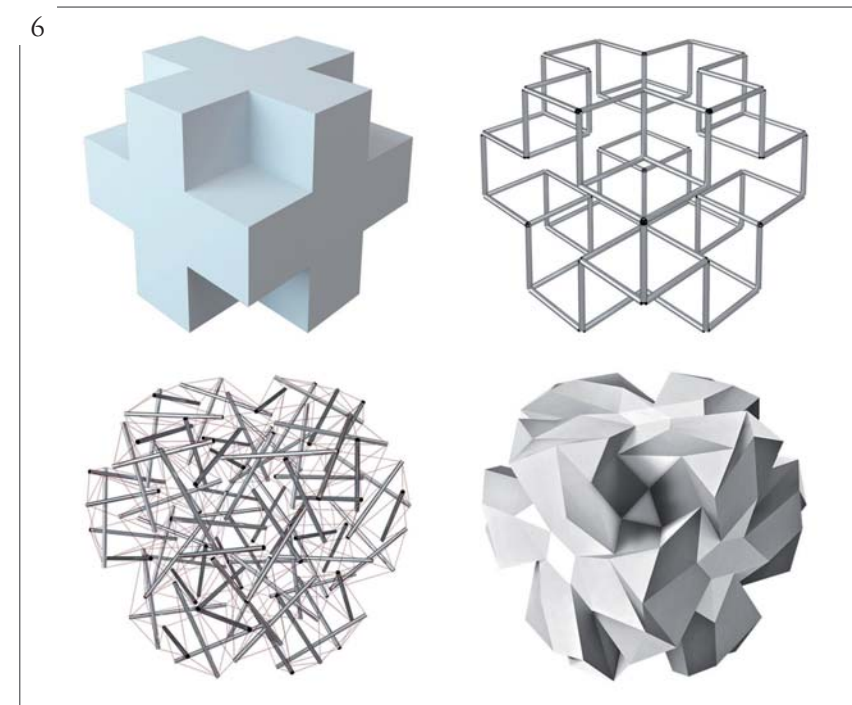
Modello, processo e immagine

Stando alla relazione geometrica che intercorre tra strutture tensegrali e *transpolyhedra* è possibile considerare il disegno generativo del poliedro come veicolo di rappresentazione della definizione spaziale che dalla sintesi dell'immagine non può emergere. La correlazione fra queste due classi di figure, che risulta inedita in letteratura, manifesta il valore euristico insito nella parametrizzazione e nella sua capacità di presentare la morfogenesi visualizzando le logiche cinematiche.

La manifesta complessità spaziale della struttura, con conseguente difficoltà nella sua rappresentazione tecnica, è quindi parzialmente abbattuta dalla sintesi del disegno del poliedro originale. La stessa rappresentazione, oltre a sostenere il processo ideativo, diviene sostanziale per l'analisi della forma. Innanzitutto perché tramite la modellazione generativa è possibile conoscere il numero di aste, il numero di cavi, le dimensioni degli stessi e la loro disposizione spaziale, identificabile (anche se parzialmente), tramite l'angolo interno alle figure piane del *transpolyhedra* relativo (figg. 4, 5).

L'approccio procedurale è utilizzabile a partire da qualsiasi poliedro e, tramite alcune variazioni nel processo geometrico, è possibile generare sistemi tensegrali di classi diverse, con significative differenze in termini di qualità e tipologia di distribuzione delle tensioni.

Il processo geometrico, nel nostro studio frutto di algoritmi parametrici, è assimilabile, quantomeno nelle intenzioni, a quello ideato da Lucio Saffaro per la creazione di solidi platonici



6

posed by intersecting in the vertices the same progressive solids: the process becomes the substance veiled and unveiled by the image. Therefore the process is not divested in the result, but can be enriched of many operations, of various constructions and narrative subjects, all steps that remain useful to promote the “passage from known to unknown”²¹ precisely in descriptive geometry (fig. 6). Following this path, it is possible for example to repeat the process of Saffaro replacing his polyhedra with transpolyhedra that generate new forms and new tensegral structures. We must debunk that «math when used in the stories narrated by the painting of Saffaro is art, but when an engineer uses it to calculate the arrow of a lintel is science»²²: in the value of *téchne*, the division between science and aesthetic with digital design reduces and the two themes blend in the instruments, useful to the genesis and the management of the form, necessary to analyze them in their

hidden structural aspects. Therefore a synthetic value of the image emerges that doesn't correspond to the mere result, but to the representation of the process. It is maybe what Hans Urs von Balthassar, referring to other themes, highlighted when he stated «no one can perceive without being already fascinated and no one who hasn't perceived can be fascinated»²³. The processes of the form capture, with their virtuality, the observers²⁴, those who participates of the geometries and implicit logics. Because seeing it is always an active process²⁵, there is no static contemplation but an investigation and participation to reality (figs. 7, 8, 9, 10). André Bretòn's words then become real, him who in 1924, for the surrealist Manifesto showed that “just imagination makes me understand what it can be, and this is enough to remove the terrible interdict; it's enough, also for me to abandon myself to it with no fear of being cheated”.

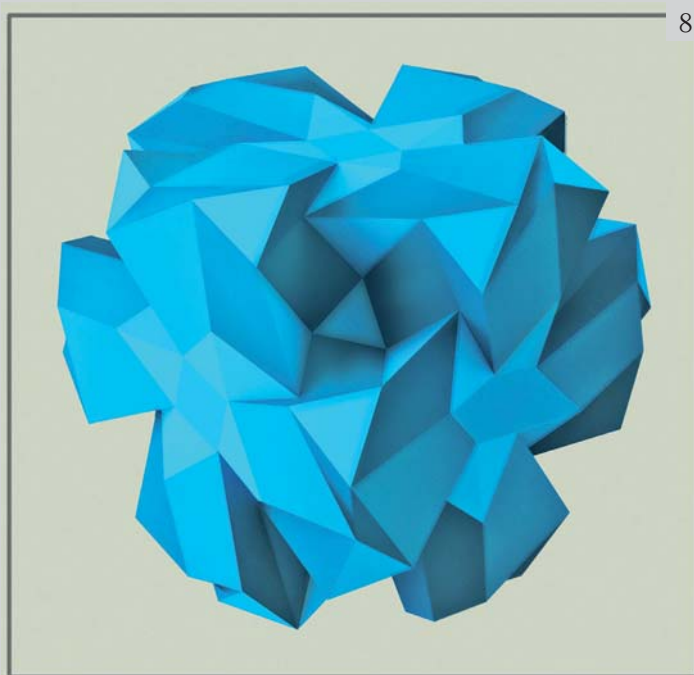
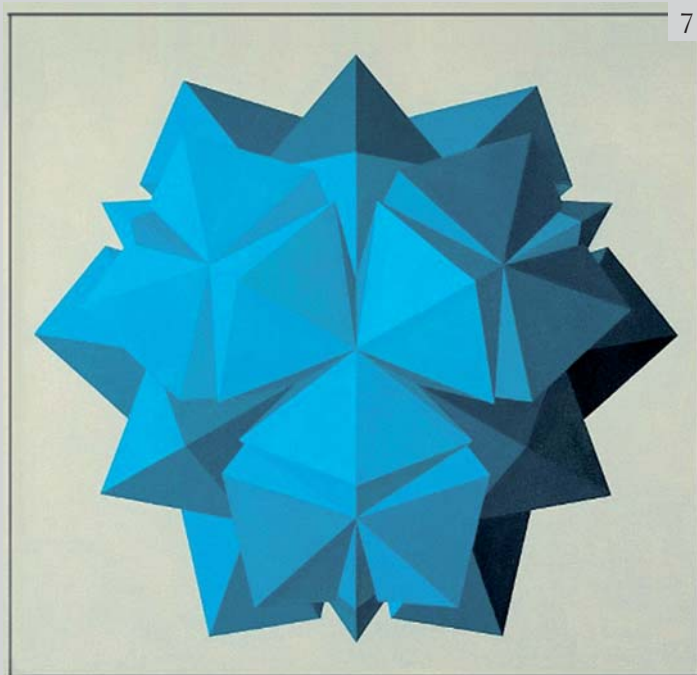
21. MONGE, G., 1847. *Géométrie descriptive*. Paris: Bachelier, p. 2.
22. LOS, S., 1991. Lucio Saffaro e i sistemi simbolici. In PESCI, F. (Ed.), *Lucio Saffaro. Lo specchio dell'infinito*. Catalogo della exhibition, Palazzo Agostinelli, Bassano del Grappa, October 19–December 1, 1991. Bassano: Tassotti, p. 87.
23. VON BALTHASAR, H.U., 1976. *La percezione della forma*. Milan: Jacabook, p. 672.
24. KLEE, P., 1984. *Teoria della forma e della figurazione*. Milan: Feltrinelli, p. 193.
25. ARNHEIM, R., 1974. *Il pensiero visivo*. Turin: Einaudi, p. 45.

Figure 7
Lucio Saffaro, *Il poliedro M2 (opus CCLXIII)*, 1985; oil painting on canvas, 110x130 cm. © Coll. Saffaro Foundation, Bologna. *Fondazione Lucio Saffaro*. 2009–15. [visited June 29, 2017]. Available by: http://www.fondazioneLuciosaffaro.it/html/galleria_16.html.

Figure 8
Transpolyhedra of the work *CuboR*.

Figure 9
Tensegrity of the work *CuboR*.

Figure 10
TransCubo ricorsivo. Application of the recursive morphogenesis process of Lucio Saffaro to the transpolyhedra derived from a cube.



21. MONGE, G., 1847. *Géométrie descriptive*. Paris: Bachelier, p. 2.
22. LOS, S., 1991. Lucio Saffaro e i sistemi simbolici. In PESCI, L. (a cura di), *Lucio Saffaro. Lo specchio dell'infinito*. Catalogo della mostra, Palazzo Agostinelli, Bassano del Grappa, 19 ottobre–1 dicembre 1991. Bassano: Tassotti, p. 87.
23. VON BALTHASAR, H.U., 1976. *La percezione della forma*. Milano: Jacabook, p. 672.
24. KLEE, P., 1984. *Teoria della forma e della figurazione*. Milano: Feltrinelli, p. 193.
25. ARNHEIM, R., 1974. *Il pensiero visivo*. Torino: Einaudi, p. 45.

composti fra loro, intersecando nei vertici i medesimi solidi scalati: la processualità diviene la sostanza velata e svelata dall'immagine. Il processo così non si esaurisce nel risultato, ma si può arricchire di ulteriori operazioni, di molteplici costruzioni e discorsi narrativi, tutti passaggi che rimangono utili per promuovere il “passaggio dal noto all'ignoto”²¹ proprio della geometria descrittiva (fig. 6). Seguendo tale indirizzo, è possibile ad esempio replicare le processualità di Saffaro sostituendo i suoi poliedri con *transpolyhedra* che generano nuove forme e nuove strutture tensegrali. Bisogna allora sfatare che «la matematica quando usata nelle storie narrate dalla pittura di Saffaro è arte, quando la impiega un ingegnere per calcolare la freccia di un architrave è scienza»²²: nel valore della *téchne*, la divisione fra scienza ed estetica con il disegno digitale si assottiglia e i due temi si compenetrano negli strumenti, utili alla genesi e alla gestione della forma e necessari per analizzarla negli aspetti

strutturali sottesi. Emerge allora un valore sintetico dell'immagine che non corrisponde al semplice risultato, ma alla rappresentazione del processo. È forse quello che Hans Urs von Balthassar, riferendosi a ben altri temi, evidenziava quando affermava «nessuno può percepire senza essere già rapito e nessuno che non abbia percepito può essere rapito»²³. I processi della forma catturano, con la loro virtualità, chi l'osserva²⁴, chi diventa partecipe delle geometrie e delle logiche sottese. Perché vedere è sempre un processo attivo²⁵, non c'è una contemplazione statica ma investigazione e partecipazione della realtà (figg. 7, 8, 9, 10). Diventano così attuali le parole di André Bretòn che nel 1924 per il Manifesto del surrealismo, mostrava che “la sola immaginazione mi rende conto di ciò che può essere, e questo basta a togliere un poco il terribile interdetto; basta, anche, perché io mi abbandoni a essa senza paura di essere tratto in inganno”.

Figura 7
Lucio Saffaro, *Il poliedro M2 (opus CCLXIII)*, 1985; olio su tela, 110x130 cm. © Coll. Fondazione Saffaro, Bologna. *Fondazione Lucio Saffaro*. 2009–15. [visitato 29 giugno 2017]. Disponibile da: http://www.fondazioneLuciosaffaro.it/html/galleria_16.html.

Figura 8
Transpolyhedra dell'opera *CuboR*.

Figura 9
Tensegrity dell'opera *CuboR*.

Figura 10
TransCubo ricorsivo. Applicazione del processo di morfogenesi ricorsiva di Lucio Saffaro al *transpolyhedra* derivato dal cubo.

