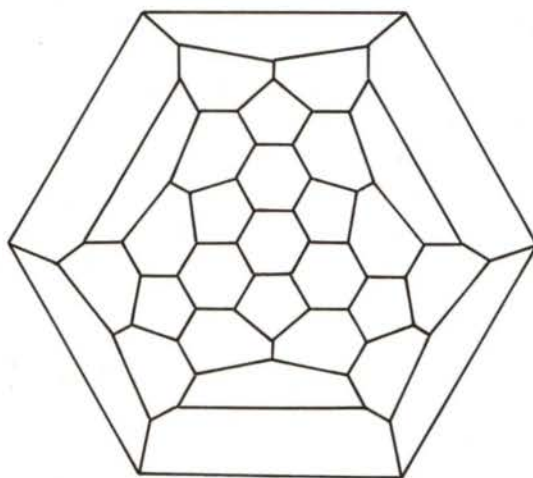


A. Architetture geometriche

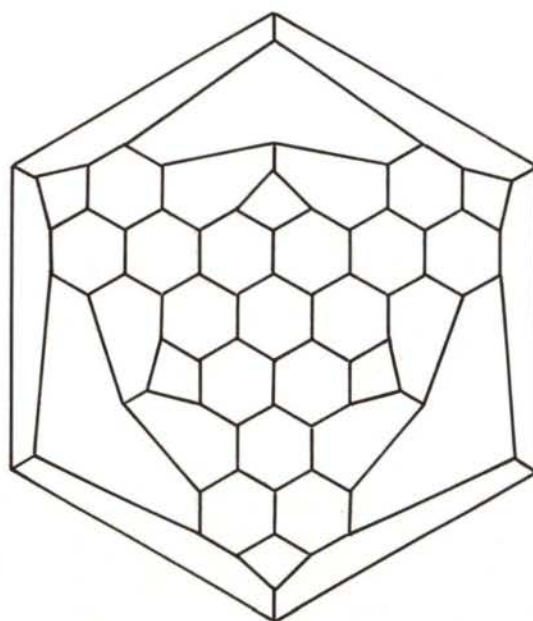
1. Cupole e Cosmoidi

Tra i tredici poliedri ottenuti da Archimede con la troncatura dei vertici dei cinque poliedri regolari, o corpi platonici, figura l'icosaedro troncato (rappresentato in forma di grafo planare nella fig. 1). Piero della Francesca ritrovò questo corpo e ne trattò nel suo «De quinque corporibus regularibus», mentre Leonardo ne diede una superba riduzione prospettica per illustrare il «De divina proportione» di Luca Pacioli. Fra Giovanni da Verona modellò sul disegno leonardesco una splendida tarsia lignea, tuttora visibile nella sagrestia di Santa Maria in Organo a Verona. E sempre alla struttura dell'icosaedro troncato si ispirò Richard Buckminster Fuller, quando progettò la sua famosa cupola Geodesic Dome per il padiglione degli Stati Uniti all'Expo 67 di Montreal. Si scoprì infine nel 1985 che la molecola C_{60} del terzo stato allotropico del carbonio, inaspettato partner degli altri due stati, la grafite e il diamante, aveva la struttura di un icosaedro troncato.

Questo poliedro, come dice il suo nome, proviene dalla troncatura dei vertici dell'icosaedro. Appare però più conveniente intenderlo in un modo diverso, utilizzando il concetto nuovo di espansione del dodecaedro. Possiamo cioè pensare che le sue facce pentagonali siano quelle del dodecaedro, allontanatesi tra loro (dopo una rotazione di 36°) fino a una distanza utile per venire riconnesse mediante esagoni. In questo primo stadio di espansione ognuno dei dodici pentagoni del poliedro è circondato da un anello di 5 esagoni: ebbene, ogni anello di esagoni può a sua volta venire circondato da un secondo anello con un numero maggiore di esagoni, quest'ultimo a sua volta da un terzo anello, e così via, protraendo l'espansione all'infinito. Tutto questo vale anche per il tetraedro e l'ottaedro troncati, in cui vi sono rispettivamente triangoli e quadrati circondati da anelli di esagoni. In definitiva l'icosaedro tron-



1.



2.

cato può essere costruito schematicamente da una formazione di esagoni, contenente al centro un pentagono (fig. 2), sostituendo l'esagono A con un pentagono. Ma si vede subito che si può ottenere un nuovo poliedro se invece si sostituisce con un pentagono l'esagono B. In questo caso i pentagoni del dodecaedro si allontanano tra loro senza ruotare, mantenendo quindi paralleli a due a due i loro lati. Infine si vede che esiste ancora una terza possibilità, qualora si sostituisca con un pentagono l'esagono C. Se per contro si sostituisce con un pentagono l'esagono D, si ottiene un poliedro che è l'immagine speculare del precedente: i due poliedri sono uguali, ma non congruenti. Se poi si sostituisce con un pentagono l'esagono E, si ottiene un poliedro i cui pentagoni sono circondati da un doppio anello di esagoni, mentre sostituendo con un pentagono l'esagono F si ottiene l'espansione dell'icosaedro troncato. Si suppone che questo poliedro, chiamato fullerene in onore dell'architetto americano, sia la struttura della più complessa molecola C_{240} .

Nella fig. 3 è mostrato il grafo planare del poliedro formato da quadrati che hanno mantenuto i lati paralleli e che sono circondati da un primo anello di quattro esagoni e da un secondo di otto. Abbiamo chiamato Cosmoidi i poliedri del tipo B, perché la loro illimitata estensibilità potrebbe fungere da modello metaforico dell'espansione del cosmo. E analogamente abbiamo chiamato Anticosmoidi i poliedri del tipo A, in vista del loro affrontarsi per vertici anziché per lati, e Cosmoidi Enantiomorfi i poliedri dei tipi C e D.

Ora è interessante osservare che se in una tassellatura infinita di esagoni regolari si sostituiscono solo 12 esagoni con altrettanti pentagoni, oppure 6 esagoni con altrettanti quadrati, oppure 4 esagoni con altrettanti triangoli, la tassellatura non può restare infinita, ma è costretta a incurvarsi fino a chiudersi in se stessa, diventando così un poliedro finito. È notevole che in tutti e tre i casi basti eliminare solo 12 degli infiniti vertici della

tassellatura. Questa situazione suggerisce, sempre come semplice metafora, un'insolita ipotesi cosmologica per l'inizio dell'Universo. Invece di assumere che all'inizio vi sia stata una creazione di materia dal nulla, si potrebbe al contrario supporre che vi sia stato l'annichilimento di 12 vertici in una tassellatura infinita, puramente geometrica, preesistente ab eterno. La scomparsa dei vertici costringerebbe la tassellatura, come si è visto, a incurvarsi su se stessa e a diventare finita. Di conseguenza la curvatura dello spazio geometrico genererebbe materia, se è vero l'assunto einsteiniano che la materia provoca l'incurvamento dello spazio, e viceversa. Resta tuttavia aperto il problema di determinare quale sia il minimo numero di vertici che si devono eliminare per provocare l'incurvamento della tassellatura e quanto sia essenziale una loro distribuzione simmetrica.

Accanto all'espansione di un poliedro, ottenuta con l'allontanamento reciproco delle facce, si può immaginare il fenomeno opposto della sua contrazione. Nel caso del dodecaedro le facce muovono verso il centro del poliedro, intersecandosi mutuamente e restando connesse tra loro per mezzo di triangoli e rettangoli. Quando le facce giungono molto vicino al centro, accade una sorta di catastrofe. I rettangoli diventano quadrati e vengono tutti a combaciare tra loro. È come se la contrazione causasse un eccesso di concentrazione. A questo punto il dodecaedro contratto si trasforma in due po-

