

Il punto improprio della geometria proiettiva

Un postulato della Geometria elementare dice che: *due rette non parallele ed appartenenti ad uno stesso piano individuano un punto*. Ciò sta a dire che si incontrano in un punto. Se come piano si considera la superficie di un tavolo e come rette due listelli sottili, si può constatare che:

- se una retta tocca il piano in *due* punti, tutti i punti della retta toccano il piano, ossia la retta “*appartiene*” al piano.

- due rette appartenenti al piano (come due listelli poggiati sul piano), *generalmente* si incontrano in un punto, che può ricadere dentro o fuori del tavolo; ma comunque il punto *appartiene al piano* del tavolo, ovvero alla superficie del tavolo prolungata all'infinito in tutte le direzioni.

Se però le rette sono parallele, come lo sono ad esempio i bordi opposti del tavolo, secondo la Geometria di Euclide “non si incontrano”. Si presenta così un caso particolare. Ma a questo riguardo è da tener presente che esiste un altro tipo di geometria, denominata *GEOMETRIA PROIETTIVA*, dove viene introdotto il concetto di “*ente geometrico improprio*”. Il termine “*improprio*” significa: “esistente ad una distanza infinitamente grande”. In breve: “posto all'infinito”. Nell'ambito di questa proposizione, preso in esame il più elementare degli enti geometrici, ossia il punto, il termine “*punto improprio*” viene dato ad un punto posizionato a distanza infinitamente grande. Al fine di comprendere il concetto si usa l'esempio pratico che segue.

Si considera un punto qualsiasi di una retta. La distanza del punto dall'origine (n. zero della riga centimetrata) può essere, ad esempio, di 60 cm. Nulla impedisce di aumentare questa distanza senza alcun limite. Ciò vuol dire che il punto può essere immaginato ad una distanza di 60 metri, oppure di 160 Km., o 100 miliardi di Km. o ancora di più.

Detto questo, si considera come retta un listello aderente ad un bordo del tavolo. Disponendo un secondo listello, ossia una seconda retta, coincidente con il bordo opposto, si conviene che le due rette siano parallele tra loro. Tale condizione di parallelismo sussiste in quanto le distanze di tutti i punti di una retta dall'altra retta sono uguali.

In particolare sono uguali le distanze relative ai punti individuati dai vertici degli angoli retti del tavolo. Si osserva allora che in base al 5° postulato di Euclide, poiché le due rette sono parallele, “non si incontrano”. Invece, con l'introduzione del concetto di “punto improprio”